

**Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

Каверина В.К.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
01.03.02-Прикладная математика и информатика,
образовательная программа «Прикладное машинное обучение»,
Профиль: «Прикладное машинное обучение»

Москва 2022

**Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной
и методической работе

_____ Е.А. Каменева

24.05.2022 г.

Каверина В.К.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
01.03.02-Прикладная математика и информатика,
образовательная программа «Прикладное машинное обучение»,
Профиль: «Прикладное машинное обучение»

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №21 от 17.05.2022 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного
Департамента анализа данных и машинного обучения
(протокол № 9 от 28.04.2022 г.)*

Москва 2022

Рецензенты: С.В. Макрушин, к.э.н., доцент Департамента анализа данных и машинного обучения Факультета информационных технологий и анализа больших данных

Каверина В.К. «Дискретная математика». Рабочая программа дисциплины для студентов, обучающихся по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладное машинное обучение», Профиль: «Прикладное машинное обучение» — М.: Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Департамент анализа данных и машинного обучения Факультета информационных технологий и анализа больших данных, 2022.- 23с.

Дисциплина «Дискретная математика» относится к Циклу математики и информатики по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладное машинное обучение», Профиль: «Прикладное машинное обучение».

Дисциплина «Дискретная математика» формирует базовые знания, умения и основные навыки, связанные с математическим аппаратом для решения задач, возникающих в практической деятельности выпускников по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика».

Рабочая программа содержит требования к уровню освоения содержания дисциплины, объем дисциплины и виды учебной работы, программу дисциплины и тематику практических занятий, учебно-методическое и информационное обеспечение.

УДК 519.1.(075)

ББК _____

Учебное издание
Каверина Валерия Константиновна
Дискретная математика
Рабочая программа дисциплины

Компьютерный набор, верстка

В.К. Каверина

Формат 60х90/16. Гарнитура TimesNewRoman

Усл. п.л. ____ . Изд. № ____ . Тираж - ____ экз.

Заказ №

Отпечатано в Финуниверситете

© В.К. Каверина, 2022

© Финансовый университет, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	4
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	4
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.....	5
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	5
5.1. Содержание дисциплины	5
5.2. Учебно-тематический план	7
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	8
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	10
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	10
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю.....	12
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	19
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	20
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	21
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	22
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	23

1. Наименование дисциплины

«Дискретная математика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКН-1	Способен собирать, анализировать и систематизировать данные современных научных исследований в области математики и компьютерных наук, требуемых для формирования заключений по соответствующим научным исследованиям	1. Работает с источниками информации, выбирает и оценивает применимость полученной информации для решения поставленных научно-исследовательских задач.	Знать: основания современной математики Уметь: применять методы машинного обучения для решения сложных профессиональных задач
		2. Отбирает для решения исследовательской задачи математические методы и модели, осуществляет проверку адекватности моделей, анализ и интерпретацию результатов.	Знать: основные понятия и методы дискретной математики, необходимые для проведения экспериментов для профессиональной деятельности Уметь: проводить эксперименты по заданной методике и обрабатывать полученные результаты

3. Место дисциплины в структуре образовательных программ

Дисциплина «Дискретная математика» относится к Циклу математики и информатики по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика, образовательная программа «Прикладное машинное обучение», Профиль: «Прикладное машинное обучение».

Дисциплина «Дискретная математика» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных в пределах школьных курсов математики и информатики (или равнозначных дисциплин среднего профессионального образования).

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	8 з/е, 288 ч.	144	144
Контактная работа - Аудиторные занятия	100	50	50
<i>Лекции</i>	<i>32</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>68</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
Самостоятельная работа	188	94	94
Вид текущего контроля	Контрольные работы	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет, экзамен	Зачет	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Множества и способы их задания.

Понятие множества. Подмножества. Способы задания множеств и особенности их применения. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами. Прямое произведение множеств.

Тема 2. Отношения, соответствия и отображения.

Бинарные отношения, матрица бинарного отношения. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Теорема о разбиении множества на классы эквивалентности. Соответствия и отображения. Типы отображений: сюръекция, инъекция, биекция. Взаимно однозначное соответствие.

Тема 3. Счетные множества. Метод математической индукции.

Конечные и счетные множества. Мощность множества. Бесконечные несчетные множества и теорема Кантора о континууме множества всех действительных чисел. Принцип математической индукции.

Тема 4. Элементы комбинаторики.

Конечные множества и комбинаторика. Правило суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Размещения и перестановки. Сочетания. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Рекуррентные соотношения. Линейные рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи.

Тема 5. Булевы функции.

Булевы функции. Реализация функций формулами. СДНФ и СКНФ. Принцип двойственности. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Полином Жегалкина. Теорема Поста о полноте.

Тема 6. Основные понятия теории графов

Понятие графа. Ориентированные графы. Взвешенные графы. Матрицы смежности и инцидентности. Связность. Достижимость. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Плоские графы. Порядковая функция графа. Внутренняя и внешняя устойчивость в графах. Ядро графа.

Деревья и их свойства. Бинарные деревья. Остовное дерево связного графа.

Тема 7. Математическая логика

Высказывания. Операции над высказываниями. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности. Эквивалентность формул. Основные эквивалентности. Принцип двойственности. Логическое следование. Принцип резолюций.

Предикаты. Логические операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Предикаты на конечных множествах. Понятие о логическом выводе. Логические законы.

Формальные системы. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Теории первого порядка.

Тема 8. Упорядоченные множества и решетки

Отношения порядка. Полурешетки. Модулярные и дистрибутивные решетки. Полнота. Максимальные и минимальные элементы. Булевы решетки и булевы алгебры. Решетки формальных понятий.

Тема 9. Вычислимость и алгоритмы

Алгоритмы и вычислимость. Уточнение понятия алгоритма. Вычислимые и рекурсивные функции. Машина Тьюринга. Сложность алгоритмов. Классы P и NP.

Тема 10. Языки и автоматы

Языки и грамматики. Дерево синтаксического разбора. Регулярные языки. Автоматы с конечным числом состояний. Детерминированные и недетерминированные автоматы.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Все го	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятель ная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1	Множества и способы их задания	20	6	2	4	14	Устный опрос, проверка практических заданий
2	Отношения, соответствия и отображения	26	10	4	6	16	Устный опрос, проверка практических заданий
3	Счетные множества. Метод математической индукции	24	6	2	4	18	Устный опрос, проверка практических заданий
4	Элементы комбинаторики	26	8	2	6	18	Устный опрос, проверка практических заданий
5	Булевы функции	30	12	4	8	18	Устный опрос, проверка практических заданий
6	Основные понятия теории графов	26	8	2	6	18	Устный опрос, проверка практических заданий
7	Математическая логика	42	18	6	12	24	Устный опрос, проверка

							практических заданий
8	Упорядоченные множества и решетки	34	10	4	6	24	Устный опрос, проверка практических заданий
9	Вычислимость и алгоритмы	40	16	4	12	24	Устный опрос, проверка практических заданий
10	Языки и автоматы	20	6	2	4	14	Устный опрос, проверка практических заданий
	В целом по дисциплине	288	100	32	68	188	Согласно учебному плану: контрольные работы
	Итого в %	100	35	32	68	65	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Множества и способы их задания	Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, симметрическая разность, дополнение. Диаграммы Эйлера-Венна. Алгебра множеств. Декартово произведение множеств. Доказательство тождеств и включений. <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов
Отношения, соответствия и отображения	Матрица бинарного отношения. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности, отношение порядка. Соответствия и отображения. Функциональное, всюду определенное, сюръективное, инъективное, биективное отображение. Взаимно однозначное соответствие. График соответствия. <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов
Счетные множества. Метод	Использование метода математического индукции для доказательства истинности некоторого утверждения.	Решение задач в интерактивной

математической индукции	<i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	форме, обсуждение результатов
Элементы комбинаторики	Принцип включения и исключения. Правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания. Биномиальные коэффициенты. Рекуррентные соотношения. Возвратные последовательности. Числа Фибоначчи <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов
Булевы функции	Тождества, связывающие булевы функции. Логические законы. СДНФ и СКНФ. Принцип двойственности. Построение полинома Жегалкина. Важнейшие замкнутые классы булевых функций. Доказательство полноты системы функций исходя из определения и используя теорему Поста. <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов
Основные понятия теории графов	Матрицы смежности и инцидентности. Ориентированные графы Базисный граф. Составление булевой матрицы. Эйлеровы циклы и цепи. Гамильтоновы циклы и цепи. Граф отношения. Порядковая функция графа. Внутренняя и внешняя устойчивость в графах. Ядро графа. Остовное дерево связного графа. Стратегии поиска в глубину и ширину. Высота корневого дерева, уровень вершины. <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов
Математическая логика	Логика высказываний. Высказывания. Операции над высказываниями. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности. Эквивалентность формул. Основные эквивалентности. Принцип двойственности. Логическое следование. Принцип резолюций. Логика предикатов. Предикаты. Логические операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Предикаты на конечных множествах. Понятие о логическом выводе. Логические законы. <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	Решение задач в интерактивной форме, обсуждение результатов
Упорядоченные множества и решетки	Отношения порядка. Полурешетки. Модулярные и дистрибутивные решетки. Полнота. Максимальные и минимальные элементы. Булевы решетки и булевы алгебры. Решетки формальных понятий. <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [1], [2]</i>	Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах
Вычислимость и алгоритмы	Алгоритмы и вычислимость. Уточнение понятия алгоритма. Рекурсивные функции. Вычислимость и разрешимость. Машины Тьюринга Сложность алгоритмов. Кассы P и NP. <i>Рекомендуемые источники:</i>	Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах

	<i>Основная литература: п.8, [1], [2], [3]</i>	
Языки и автоматы	Языки и грамматики. Дерево синтаксического разбора. Регулярные языки. Префиксные коды. Автоматы с конечным числом состояний. Детерминированные и недетерминированные автоматы. <i>Рекомендуемые источники:</i> <i>Основная литература: п.8, [2];</i> <i>Дополнительная литература: п. 8, [4]</i>	Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Множества и способы их задания	Нечеткие множества и отношения.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Отношения, соответствия и отображения	Соответствия и композиция соответствий. Полурешетки и решетки. Алгебра бинарных отношений.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Счетные множества. Метод математической индукции	Свойства счетных множеств.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Элементы комбинаторики	Разбиения. Экспоненциальные производящие функции. Теорема Мебиуса.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Булевы функции	Переключательные схемы и их минимизация.	Работа с учебной литературой. Решение

		типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Основные понятия теории графов	Алгоритмы нахождения кратчайших путей. Плоские графы. Теорема Эйлера и ее приложения. Раскраска графов.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Математическая логика	Система натурального вывода. Законы логики предикатов.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Упорядоченные множества и решетки	Гомоморфизмы решеток. Полные решетки. Пополнение решеток.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Вычислимость и алгоритмы	Реализация простейших алгоритмов на машинах Тьюринга. Рекурсивное представление простейших арифметических функций	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Языки и автоматы	Математические модели естественного языка.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

(1 семестр)

Примерные вопросы к контрольной работе

1. Операции над множествами.
2. Множество всех подмножеств.
3. Бинарные отношения и их свойства.
4. Типы отображений.
5. Принцип математической индукции.
6. Булевы функции.
7. Реализация функций формулами. СДНФ и СКНФ.
8. Важнейшие замкнутые классы булевых функций.

Примеры заданий контрольной работы

1. Доказать, что $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$ тогда и только тогда, когда $C \subset A$.
2. Пусть f — некоторое отображение множества X в множество Y . Какие из трех соотношений: а) $f^{-1}(f(A)) = A$, б) $f^{-1}(f(A)) \supset A$, в) $f^{-1}(f(A)) \subset A$ выполняются для всех $A \subset X$. Ответ обосновать.
3. Построить бинарное отношение на множестве $A = \{a, b, c, d, e\}$, которое а) рефлексивно и симметрично, но не транзитивно; б) симметрично и транзитивно, но не рефлексивно;
4. Доказать методом математической индукции тождество:
 $(n+1)(n+2)\dots(n+n) = 2^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)$.
5. Всякая ли булева функция может быть представлена как суперпозиция функций $x \oplus ux \oplus u$ и $x \vee ux \vee u$. Ответ обосновать, опираясь на теорему Поста.
6. Пусть $(0,1,1,1,1,0,1,1)$ — вектор значений некоторой булевой функции трех переменных. Представить функцию $f(x,y,z)$ как суперпозицию функций $\rightarrow$ (импликация) и $\neg$ (отрицание). С помощью преобразований привести отрицание полученного выражения к СКНФ.

(2 семестр)

Примерные вопросы к контрольной работе

1. Логическое следование в логике высказываний.
2. Область истинности предиката.
3. Тавтологически истинные и выполнимые формулы логики предикатов.
4. Отношение порядка. Диаграмма Хассе.
5. Построение машины Тьюринга. Применимость машины Тьюринга
6. Прimitивно рекурсивные функции
- 7.

Примеры заданий контрольной работы

1. Верно ли следующее правило вывода: если формулы $F \vee GF \vee G$ и $\bar{F} \vee H$ тавтологически истинны, то формула $G \vee HG \vee H$ тавтологически истинна. Ответ обосновать.
2. Найти область истинности предиката $(|x| > 2) \rightarrow (|x| < 3)$, определенного на множестве действительных чисел.
3. Пусть $P(x, y, z) := xy = z$, $S(x, y, z) := x + y = z$ — предикаты, определенные в области натуральных чисел с нулем. Установить истинность, ложность или выполнимость следующей формулы:

$$\exists y (P(x, x, y) \rightarrow S(x, x, y)).$$

Ответ обосновать.

4. Упростить формулу логики высказываний, с помощью равносильных преобразований $\overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee (x \rightarrow y) \wedge x$
5. На множестве $M = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ заданы предикаты:
 $B(x)$: x — четное число
 $C(x)$: x — простое число
Найдите область истинности предиката $C(x) \wedge B(x)$.
6. Доказать для исчисления высказываний $A, B \mapsto A \wedge B$
7. Доказать, что функция примитивно рекурсивна $f(x, y) = x \cdot y$.
8. Постройте машину Тьюринга, которая правильно вычисляет для всех неотрицательных целочисленных значений аргумента функцию

$$\text{sg}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения Факультета информационных технологий и анализа больших данных.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. *«Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, знаний и умений

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПKN-1 Способен собирать, анализировать и систематизировать данные современных научных	1. Работает с источниками информации, выбирает и оценивает применимость полученной информации для решения поставленных	Знать: основания современной математики Уметь: применять методы машинного обучения для решения	Задание. Докажите полноту системы функций Задание. База данных поселкового отдела ЗАГС представлена двумя двуместными предикатами (бинарными отношениями) на множестве X жителей поселка:

исследований в области математики и компьютерных наук, требуемых для формирования заключений по соответствующим научным исследованиям	научно-исследовательских задач.	сложных профессиональных задач	родитель(x, y) означает, что x является родителем y; жена(x, y) означает, что x — жена y. Одноместные предикаты женщина(x) и мужчина(x) определяются формулами женщина(x) <i>from</i> жена(x, y); мужчина(y) <i>from</i> жена(x, y) Определить предикаты сын(x, y), мать(x). Найти условия, при которых предикаты женщина(x) и не_мужчина(x) равносильны.
	2. Отбирает для решения исследовательской задачи математические методы и модели, осуществляет проверку адекватности моделей, анализ и интерпретацию результатов.	Знать: основные понятия и методы дискретной математики, необходимые для проведения экспериментов для профессиональной деятельности Уметь: проводить эксперименты по заданной методике и обрабатывать полученные результаты	Задание. Постройте граф предпочтений и найдите решение задачи выбора Задание. Требуется произвести n продуктов, используя единственный тип аппаратуры. Аппарат должен или не должен быть перенастроен после того, как произведен продукт p_i в зависимости от комбинации (p_i, p_j). Стоимость перенастройки аппаратуры постоянна и не зависит от продукта, который только что произведен, или от продукта, следующего за ним, при этом не требуется никаких затрат, если перенастройка аппаратуры не нужна. Предположим, что продукты производятся в непрерывном цикле, так что после производства последнего из n продуктов снова возобновляется в том же фиксированном цикле производство первого продукта. Найдите циклическая последовательность производства продуктов, не требующая перенастройки аппаратуры. Задание. Составить рекурсивный алгоритм

			обхода двоичного дерева и печати содержащейся в вершине информации.
--	--	--	---

Примеры практических заданий

1. Докажите полноту системы функций
2. Постройте граф предпочтений и найти решение задачи выбора
3. Требуется произвести n продуктов, используя единственный тип аппаратуры. Аппарат должен или не должен быть перенастроен после того, как произведен продукт p_i в зависимости от комбинации (p_i, p_j) . Стоимость перенастройки аппаратуры постоянна и не зависит от продукта, который только что произведен, или от продукта, следующего за ним, при этом не требуется никаких затрат, если перенастройка аппаратуры не нужна. Предположим, что продукты производятся в непрерывном цикле, так что после производства последнего из n продуктов снова возобновляется в том же фиксированном цикле производство первого продукта. Найти циклическая последовательность производства продуктов, не требующая перенастройки аппаратуры.
4. Составить рекурсивный алгоритм обхода двоичного дерева и печати содержащейся в вершине информации.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Понятие множества. Способы задания множеств.
2. Основные операции над множествами. Свойства операций.
3. Декартово произведение. Число элементов декартова произведения конечных множеств.
4. Отображения. Типы отображений.
5. Доказать, что множество чисел интервала $(0,1)$ несчетно.
6. Бинарные отношения и операции над ними. Типы бинарных отношений.
7. Отношение эквивалентности.

8. Отношение порядка.
9. Рекуррентные последовательности. Числа Фибоначчи.
10. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
11. Биномиальный ряд.
12. Булевы функции. Представление булевых функций в виде СДНФ, СКНФ.
13. Булевы функции. Представление булевых функций в виде полинома Жегалкина.
14. Полнота и замкнутость булевых функций.
15. Основные замкнутые классы булевых функций. Теорема Поста.
16. Понятие графа, подграфа. Степень вершины графа.
17. Эйлеров граф и гамильтонов граф.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие высказывания. Операции над высказываниями. Формулы логики высказываний. Истинность и общий вид формулы.
2. Подстановка в формулу. Общезначимые формулы. Сохранение общезначимости (теорема 1 и теорема 2).
3. Правило вывода (правило подстановки и правило Modus Ponens). Список вывода и выводимая формула логики высказываний. Теоремы логики высказываний (теорема 3 и теорема 4).
4. Выводимость из списка формул Γ . Свойства вывода из Γ .
5. Теорема о дедукции в исчислении высказываний. Пример использования теоремы о дедукции.
6. Полнота (в узком и широком смыслах) исчисления высказываний.
7. Понятие n -местного предиката. Кванторы и их использование. Формулы исчисления предикатов.
8. Общезначимость и выполнимость формул в исчислении предикатов. Законы логики предикатов.
9. Аксиомы ИП. Теоремы об общезначимости аксиом.

10. Правила вывода в ИП. Правила связывания кванторами с доказательством.
11. Непротиворечивость ИП. Отсутствие полноты в исчислении предикатов.
12. Языки и автоматы.
13. Понятие алгоритма и его свойства.
14. Машина Тьюринга, ее элементы.
15. Вычисления на машине Тьюринга.
16. Вычислимые функции. Основные примеры.
17. Операции над вычислимыми функциями (С, Пр, μ).
18. Классы рекурсивных функций.
19. Отношения порядка.
20. Решетки и их свойства.

Пример экзаменационного билета

Экзаменационный билет №

1. Отношения порядка. (10 баллов)

2. Упростить формулу логики высказываний, с помощью равносильных преобразований (10 баллов)

$$\overline{(x \vee y \rightarrow \bar{x} \vee y)} \wedge y$$

3. База данных поселкового отдела ЗАГС представлена двумя двуместными предикатами (бинарными отношениями) на множестве X жителей поселка:

родитель(x, y) означает, что x является родителем y ;

жена(x, y) означает, что x — жена y .

Одноместные предикаты женщина(x) и мужчина(x) определяются формулами

женщина(x) from жена(x, y); мужчина(y) from жена(x, y)

Определить предикаты сын(x, y), мать(x). Найти условия, при которых предикаты женщина(x) и не_мужчина(x) равносильны. (10 баллов)

4. Доказать для исчисления высказываний (10 баллов)

$$A, B \mapsto A \wedge B$$

5. Доказать, что функция примитивно рекурсивна $f(x, y) = x + y$. (10 баллов)

6. Постройте машину Тьюринга, которая правильно вычисляет для всех неотрицательных целочисленных значений аргумента функцию

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x\text{-четное,} \\ 1, & \text{если } x\text{-нечетное.} \end{cases} \quad (10 \text{ баллов})$$

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Гисин В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Б. Гисин ; Финуниверситет. — Москва : Юрайт, 2016. — 383 с. — Текст непосредственный. — То же. — 2022. — 383 с. — ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/489055> (дата обращения: 20.06.2022). — Текст : электронный.

2. Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. - 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 324 с. — ЭБС Лань. - URL: <https://e.lanbook.com/book/212675> (дата обращения: 20.06.2022). - Текст : электронный.

Дополнительная литература:

3. Тищенко, А. В. Математические основы информатики = Mathematical Fundamentals of Informatics: учебное пособие / А. В. Тищенко; Финуниверситет, Каф. "Математика-1". - Москва: Финуниверситет, 2014. - 128

с. – Текст : непосредственный. - То же. - ЭБ Финуниверситета. - URL:http://elib.fa.ru/rbook/Tishenko_2014.pdf (дата обращения: 20.06.2022). - Текст : электронный.

4. Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я. М. Ерусалимский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 476 с. — ЭБС Лань. - URL: <https://e.lanbook.com/book/212897> (дата обращения: 20.06.2022). - Текст : электронный.

5. Шевелев, Ю. П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах) : учебное пособие / Ю. П. Шевелев, Л. А. Писаренко, М. Ю. Шевелев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 528 с. — ЭБС Лань. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211148> (дата обращения: 20.06.2022). — Текст : электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
4. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>
5. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
6. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
7. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
8. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» <https://grebennikon.ru/>
9. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
12. Финансовая справочная система «Финансовый директор» <http://www.1fd.ru/>

13. Ресурсы информационно-аналитического агентства по финансовым рынкам Cbonds.ru <https://cbonds.ru/>
14. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
15. Academic Reference <http://ar.cnki.net/ACADREF>
16. Bank Focus <http://library.fa.ru/resource.asp?id=527>
17. Пакет баз данных компании EBSCO Publishing, крупнейшего агрегатора научных ресурсов ведущих издательств мира <http://search.ebscohost.com>
18. Электронные продукты издательства Elsevier <http://www.sciencedirect.com>
19. Emerald: Management eJournal Portfolio <https://www.emerald.com/insight/>
20. Информационно-аналитическая база данных EMIS Global <https://www.emis.com/php/companies/overview/index>
21. Реферативная база данных по математике MathSciNET <https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>
22. Oxford Scholarship Online <https://oxford.universitypressscholarship.com/>
23. Коллекция научных журналов Oxford University Press <https://academic.oup.com/journals/>
24. ProQuest: База данных Business Ebook Subscription на платформе Ebook Central <https://search.proquest.com/>
25. ProQuest Dissertations & Theses A&I <https://search.proquest.com/>
26. База данных RUSLANA компании Bureau van Dijk <https://ruslana.bvdep.com/>
27. Scopus <https://www.scopus.com>
28. Электронная коллекция книг издательства Springer: Springer eBooks <http://link.springer.com/>
29. Интерактивная финансовая информационная система компании Bloomberg
30. Система Thomson Reuters Eikon
31. Web of Science <http://apps.webofknowledge.com>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При освоении дисциплины основное внимание следует уделять лекциям, практическим занятиям, аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работе.

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным пособиям и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций необходимо конспектировать ее содержание. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, отметить возникающие вопросы. При оформлении целесообразно выделять специальным образом названия тем и формулировки вопросов, основные определения, формулировки теорем и примеры.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить соответствующий теоретический материал. Во время занятия нужно точно записывать формулировки решаемых задач, вопросы, указания преподавателя к решению и разбираемые решения. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю. Практические занятия проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность студентов, направленную на решение предложенных задач, и в поиске ответов на вопросы. Не следует бояться дать неверный ответ или допустить иную ошибку: исправление и анализ ошибок в режиме общения с преподавателем и сокурсниками в ходе практического занятия способствуют освоению учебного материала и предупреждают появление ошибок в дальнейшем.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль за выполнением домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий и выборочного собеседования.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

Пакет офисных программ;

Антивирус Kaspersky

11.2 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Информационно-правовая система «Гарант»

Информационно-правовая система «Консультант Плюс»

Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» -<http://www.skrin.ru>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации – не предусмотрено

11.4. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Полнотекстовая электронная библиотека учебных и учебно-методических материалов (федеральный ресурс). <http://www.window.edu.ru>.

11.5. Образовательный математический сайт. <http://www.exponenta.ru>.

11.6. Московский центр непрерывного математического образования, МЦНМО.

11.7. Материалы (полные тексты) свободно распространяемых книг по математике. <http://www.mccme.ru/free-books>:

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитории для проведения занятий.